

государственное автономное профессиональное образовательное учреждение Самарской области  
«Самарский колледж сервиса производственного оборудования имени Героя Российской  
Федерации Е.В. Золотухина»

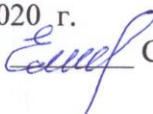
Методическая разработка  
открытого учебного занятия  
по математике «Производная и её применение»

Самара, 2020

Рассмотрены и одобрены на заседании  
предметной - цикловой комиссией

Протокол №

от «03» 02 2020 г.

Председатель ПЦК  С.В. Елшанская.

Разработчик(и):

Преподаватель  Евграфова И.В.

## Урок пресс-конференция «Производная и её применение»

### Цели:

1. Образовательные. Повторение основных формул и правил дифференцирования, знакомство с историей открытия производной; основными направлениями применения производной в разных областях науки и техники. Овладение учебными умениями и навыками по теме «Производная и её применение» в системе тестов, дифференцированных по степени сложности.
2. Развивающие. Развитие умений применять знания в конкретной ситуации; развитие логического мышления, развитие монологической речи, развитие навыка работы в парах, в группе, умение работать в проблемной ситуации; развитие умения сравнивать, обобщать, правильно формулировать задачи и излагать мысли; развитие самостоятельной деятельности учащихся.
3. Воспитательные. Формирование у учащихся ответственного отношения к учению; умение работать в коллективе, взаимопомощи, культуры общения; воспитание таких качеств характера, как настойчивость в достижении цели; развитие устойчивого интереса к математике; создание положительной внутренней мотивации к изучению математики.

### Задачи:

Закрепить умение применять производную для решения различных задач.

Научить защищать выполненную работу.

Научиться работать в группе.

Тип урока Урок пресс-конференция

### Методы:

обучения – проблемного изложения, частично-поисковый

преподавания – объяснительный, иллюстративный, эвристическая беседа

учения – активный и интерактивный

воспитания – наглядный, коллективный

### Этапы урока:

1. Организационный момент.

2. Активная беседа с журналистами

    Применение знаний и умений

3. Заключительная беседа учителя

4. Подведение итогов урока.

5. Рефлексия результативности, настроения

Используемые педагогические технологии: интерактивная беседа, технология коллективной мыслительной деятельности игровые технологии, технология проектной деятельности.

Межпредметные связи: физика, химия, электротехника

Оборудование урока : компьютер, проектор, экран, презентация, раздаточный материал.

## ХОД УРОКА



«Нет ни одной области математики, как бы абстрактна она ни была, которая когда-нибудь не окажется применимой к явлениям действительного мира».

Н.И. Лобачевский

### 1. Организационный момент

Сегодня вы – сотрудники научно-исследовательского института, участники пресс-конференции. У нас присутствуют журналисты различных изданий, желающие получить ответы на интересующие их вопросы. Для начала давайте познакомим гостей с проблемой, над которой мы работаем. Всем известно высказывание «Мал золотник да дорог». Одним из таких «золотников» в математике является производная. Производная применяется при решении многих практических задач математики, физики, химии, биологии, географии, экономики и других дисциплин. Она позволяет решать задачи просто, красиво, интересно.

**Цель нашего урока** – повторить основные формулы и правила дифференцирования, узнать основные направления применения производной в разных областях науки и техники.

### 2. Активная беседа с журналистами. Применение знаний и умений

#### 1-ый журналист научно-теоретического журнала "Математика в школе"

*По просьбе читателей в рубрике " Научно-популярный отдел" мы должны дать математическое значение слова "производная." Помогите нам в этом вопросе.*

«Дифференциальное исчисление - это описание окружающего нас мира, выполненное на математическом языке. Производная помогает нам успешно решать не только математические задачи, но и задачи практического характера в разных областях науки и техники».

Производной функции  $y = f(x)$  в точке  $x$  называется предел отношения приращения функции к приращению аргумента, когда последнее стремится к нулю. Обозначение:  $y'$  или  $f'(x)$ .

#### И послушайте стихотворение

В данной функции от  $x$ , нареченной  $y$ .

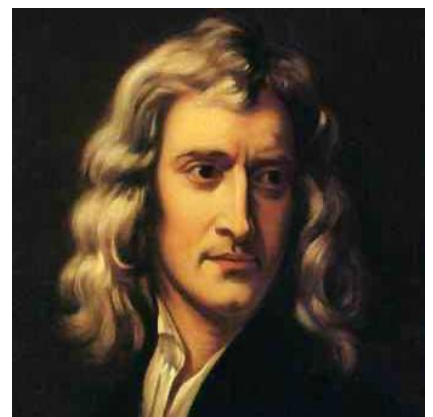
Вы фиксируете  $x$ , отмечая индексом.

Придаете вы ему тотчас приращение,  
Тем у функции самой вызвав изменение.  
Приращений тех теперь взявши отношение,  
Побуждаете к нулю  $\Delta$  х стремление,  
Предел такого отношения вычисляется,  
Он производной в науке называется.

*Хорошо, мы узнали понятие производной, и ещё хотелось бы узнать, когда появилось это понятие и кто из учёных открыл это понятие*

#### **«Исторические сведения»**

Великий ученый английский физик, математик и астроном Ньютон в конце 17 века ввел понятие производной, изучая законы механики, тем самым раскрыл ее механический смысл. Ньютон называл производную флюксийей, а саму функцию флюентой, ввел термин предел. Одновременно с Ньютоном развивал учение о производных немецкий ученый Лейбниц. Он исходил из геометрических задач. Термин производная ввел в конце 18 века французский ученый Лагранж, а также ввел современное обозначение производной. Первую задачу, для решения которой нужно было в древности применить знания по теме «Производная», называют «Задача Дидоны». Она так названа по имени легендарной основательницы города Карфаген и её первой жрицы. Согласно легенде, вынужденная бежать из своего родного города, Дидона вместе со своими спутниками прибыла на северный берег Африки и хотела приобрести у местных жителей землю для нового поселения. Ей согласились уступить участок земли, однако не больше, чем объемлет воловьей шкура. Хитроумная Дидона разрешила воловью шкуру на узкие ремешки и, разложив их, сумела ограничить гораздо большую площадь по сравнению с той, которую можно было покрыть одной воловьей шкурой.



Из этого примера можно сделать вывод, что решение задач на нахождение наиболее выгодных условий занимали умы людей с древних времен. Но только с появлением дифференциального исчисления был найден метод, позволяющий решать эти задачи по единой схеме.

Получается, наши предшественники обходились без умения находить производную, но не все же были такими, как Дидона. А вот если бы в то время были школы и изучалась сегодняшняя тема урока, то всем было бы намного легче завоевать большие участки земли.

И немного информации о жизнедеятельности Исаака Ньютона (1643-1727).

Был этот мир глубокой тьмой окутан.

Да будет свет! И вот явился Ньютон.

Исаак Ньютон родился в семье бедного фермера в городе Вулсторп. После окончания школы он поступил в Тринити Колледж. Там он получил степень магистра (1668). Затем Ньютон возглавил кафедру математики и физики в Кембриджском университете, которой руководил 32 года.

Исаак Ньютон пришёл к открытию дифференциального исчисления при решении задач о скорости движения материальной точки в данный момент времени. Свои результаты в этой области Ньютон изложил в трактате, названном им «Метод флюксий и бесконечных рядов», но его трактат был опубликован лишь посмертно в 1736 г.

Ньютон первый создал основы дифференциального и интегрального исчислений и основы теории всемирного тяготения, новую теорию света и цветов.

В его трудах по математике приведено решение таких вопросов, как нахождение экстремумов функций, точек перегиба, уравнений касательных и приведены методы решения простейших дифференциальных уравнений. В 1690 году Ньютон был избран членом Академии Наук в Париже.

Великий учёный умер в 1727 году.

## 2-ой журналист журнала "Квант"

*Вы изучаете производную. Мы хотели бы узнать, как вы умеете вычислять производную.*

### Задание Составь пару

Объяснение задания: В клетках таблицы записаны функции. Для каждой функции найдите производную и запишите соответствие клеток. Например:  $(x^5)' = 5x^4$ , следовательно ответ: 1-9; и т.д.

$x^5$	1.	$x^2$	6.	$\frac{1}{x^2}$	11.	к	16.
X	2.	$\sqrt{x}$	7.	- 3	12.	cos x	17.

2x	3.	sin x	8.	- sin x	13.	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	18.
1	4.	$5x^4$	9.	$-\frac{2}{x^3}$	14.	0	19.
2	5.	$-3x^{-4}$	10.	кх	15.	$12x^{-5}$	20.

Ответы: 1-9; 6-3; 11-14; 16-19; 2-4; 7-18; 12-19; 17-13; 3-5; 8-17; 4-19; 5-19; 15-16; 10-20.

Задание на оценку 5

f(x)	f'(x)
1. $y = 7x^5 - 0.5x^2 + 1$	A. $y' = 21(3x - 5)^6$
2. $y = x^2 \sin x$	B. $y' = \sin 2x - 15x^2$
3. $y = \sin^2 x - 5x^3$	C. $y' = 15 \sin 3x$
4. $y = -5 \cos 3x$	D. $y' = 35x^4 - x$
5. $y = (3x - 5)^7$	E. $y' = 2x \sin x + x^2 \cos x$
6. $y = x - 4\sqrt{x}$	K. $7x^6 - 6$
7. $y = \frac{2}{x}$	L. $1 - \frac{2}{\sqrt{x}}$
8. $y = x^7 - 6x$	M. $-\frac{2}{x^2}$

Ответ: 1 – D, 2 – E, 3 – B, 4 – C, 5 – A, 6 - L, 7 - M, 8 - K

Поменяйтесь своими работами и проверьте результаты по слайду. Используя критерии поставьте оценки товарищу, а вы каждый себе выставьте оценку в оценочный лист.

Студенты выставляют в оценочный лист баллы, 1 балл за один правильный ответ

И выставляют 3- 5 баллов за выступление

### Журналист журнала "Квант"

Вы изучили производную. А так ли это важно в жизни? Применяется ли производная в различных областях науки?.

Производная функции используется всюду, где есть неравномерное протекание процесса: это и неравномерное механическое движение, и переменный ток, и химические реакции и радиоактивный распад веществ.

### Производная в физике

Механическое движение- это изменение положения тела в пространстве относительно других тел с течением времени. Основной характеристикой механического движения служит скорость. Производная – это скорость в момент времени. С движением связаны две величины – путь  $S$ , скорость  $v$ , которые являются функциями времени:

$$S = S(t); v = v(t);$$

Ясно, что  $S$  и  $v$  связаны между собой. Исаак Ньютон в конце XVII века открыл общий способ вычисления скорости по заданному пути. С помощью которого можно для каждой функции  $S$  построить новую функцию  $v$ . Эту функцию называют производной функции  $S$ , а сам переход от  $S$  к  $v$  – дифференцированием:  $v(t) = S'(t)$ .

Алгоритм нахождения скорости тела с помощью производной.

Если закон движения тела задан уравнением  $s = s(t)$ , то для нахождения мгновенной скорости тела в какой-нибудь определенный момент времени надо:

1. Найти производную  $S'(t)$ .
2. Подставить в полученную формулу заданное значение времени.



**Задача.** Автомобиль приближается к мосту со скоростью 72 км/ч. У моста висит дорожный знак "36км/ч". За 7 сек до въезда на мост, водитель нажал на тормозную педаль. С разрешаемой ли скоростью автомобиль въехал на мост, если тормозной путь определяется формулой  $s=20t-t^2$

Да, т.к. скорость через 7 сек. будет равна 6м/с (21,6 км/ч).

### Производная в электротехнике





В наших домах, на транспорте, на заводах: всюду работает электрический ток.

Под электрическим током понимают направленное движение свободных электрически заряженных частиц.

Количественной характеристикой электрического тока является сила тока.

$I = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{q(t + \Delta t) - q(t)}{\Delta t}$  В цепи электрического тока электрический заряд меняется с течением времени по закону  $I = q'(t)$ . Сила тока  $I$  есть производная заряда  $q$  по времени.

В электротехнике в основном используется работа переменного тока.

Электрический ток, изменяющийся со временем, называют переменным. Цепь переменного тока может содержать различные элементы: нагревательные приборы, катушки, конденсаторы.

$$E_{\text{инд.}} = -\Phi'(t)$$

Получение переменного электрического тока основано на законе электромагнитной индукции, формулировка которого содержит производную магнитного потока.

Задача

Заряд, протекающий через проводник, меняется по закону

Найти силу тока в момент времени  $t=5$  сек.

Сила тока равна 2 А

$$q = \sin(2t - 10)$$

Заряд, протекающий через проводник, меняется по закону

Найти силу тока в момент времени  $t=5$  сек.

Сила тока равна 2 А

### Производная в химии

И в химии нашло широкое применение дифференциальное исчисление для построения математических моделей химических реакций и последующего описания их свойств.

Химия – это наука о веществах, о химических превращениях веществ.

Химия изучает закономерности протекания различных реакций.

Скоростью химической реакции называется изменение концентрации реагирующих веществ в единицу времени. Так как скорость реакции  $v$  непрерывно изменяется в ходе, ее обычно

выражают производной концентрации  
реагирующих веществ по времени



Инженерам-технологам при определении эффективности химических производств, химикам, разрабатывающим препараты для медицины и сельского хозяйства, а также врачам и агрономам, использующим эти препараты для лечения людей и для внесения их в почву. Одни реакции проходят практически мгновенно, другие идут очень медленно. Поэтому в реальной жизни для решения производственных задач в медицинской, сельскохозяйственной и химической промышленности просто необходимо знать скорости реакций химических веществ.

**Задача по химии.** Пусть количество вещества, вступившего в химическую реакцию задаётся зависимостью  $p(t) = t^2 + 3t - 3$  (моль). Найдите скорость химической реакции через три секунды.

Решение:  $v(t) = p'(t) = 2t + 3 = 2 \cdot 3 + 3 = 9$  (м/с).  
м/с.

Ответ: 9

### Производная в математике

#### 3-ий журналист журнала “Техника молодежи”

*Мы предлагаем вам решить задачи:*

1. Кусок проволоки длиной 48 м сгибают так, чтобы образовался прямоугольник. Какую длину должны иметь стороны прямоугольника, чтобы его площадь была наибольшей?
2. “Количество электричества, протекающего через проводник, задается формулой  $g(t) = t + 4/t$ . В какой момент времени  $t$  сила тока в цепи равна 0”?

Помогите разобраться в задаче.

Учащиеся отвечают:

Производная – это скорость в момент времени. С движением связаны две величины – путь  $S$ , скорость  $v$ , которые являются функциями времени:

$$S = S(t); v = v(t);$$

Ясно, что  $S$  и  $v$  связаны между собой. Исаак Ньютон в конце XVII века открыл общий способ вычисления скорости по заданному пути. С помощью которого можно для каждой функции  $S$  построить новую функцию  $v$ . Эту функцию называют производной функции  $S$ , а сам переход от  $S$  к  $v$  – дифференцированием:  $v(t) = S'(t)$ .

Сила тока  $I$  – это производная от заряда  $g(t)$

$$\text{Если } g(t) = t + 4/t$$

$$I(t) = g'(t) = (t + 4/t)' = 1 - 4/t^2$$

$$I(t) = 0 \text{ при } 1 - 4/t^2 = 0$$

$$(t^2 - 4) / t^2 = 0$$

$$\begin{cases} t^2 - 4 = 0 \\ t^2 \neq 0 \end{cases} \quad t^2 = 4 \quad t = \pm 2$$

Условию задачи не удовлетворяет  $t = -2$  (с)

Значит, сила тока  $I = 0$ , при  $t = 2$ (с).

*Мы корреспонденты журнала «Лидер» нуждаемся в вашей помощи. К нам в газету пришло письмо от ученика X класса Иванова Дмитрия, который просит нас помочь разгадать криптограмму*

Всем участникам каждой группы предлагается обобщить и проверить знания в форме криптограммы, составленной по основным понятиям, определениям и терминам, применяемым в дифференциальном исчислении.

### **Криптограмма**

Вопросы:

1. ... отношения приращения функции  $f(x)$  к приращению аргумента  $\Delta x$ , при условии, что он существует и  $\Delta x$  стремится к 0, называется производной функции в точке  $x_0$
2. Экстремальное значение функции.
3. Производная функции  $f(x)$  в точке  $x_0$  – есть угловой ... касательной  $y = kx + b$ , проведенной к графику функции в точке  $x_0$ .
4. Множество точек координатной плоскости  $(x; y)$ , наглядное изображение функции  $y=f(x)$ .
5. Раздел математики.
6. Физический смысл производной – ... изменения функции.
7. Вид числового промежутка (... возрастания / убывания функции).
8. Положительный знак второй производной характеризует ... функции.
9. Первая из координат точки на плоскости.
10. ... константы равна нулю.
11. Первая русская женщина-математик. 12. Научное изучение.

Ключевое слово по вертикали...- главная часть приращения функции

# Криптограмма

(ответы)

1	п	р	е	д	е	л														
2	м	и	н	и	м	у	м													
3	к	о	э	ф	ф	и	ц	и	е	н	т									
4	г	р	а	ф	и	к														
5	а	л	г	е	б	р	а													
6	с	к	о	р	о	с	т	ь												
7	и	н	т	е	р	в	а	л												
8	в	о	г	н	у	т	о	с	т	ь										
9	а	б	с	ц	и	с	с	а												
10	п	р	о	и	з	в	о	д	н	а	я									
11	к	о	в	а	л	е	в	с	к	а	я									
12	и	с	с	л	е	д	о	в	а	н	и	е								

Ключевое слово по вертикали

: ... – главная часть приращения

функции

Проверка осуществляется с

помощью слайда (с комментариями)

и выставляются баллы в оценочный

лист (2 слова – 1 б.)

## 3. Заключительная беседа учителя

### Применение производной

Скорость – это производная от пути по времени  $v = S'(t)$ .

Сила тока – производная от заряда по времени  $I = q'(t)$ .

Скорость реакции – это производная от количества вещества по времени  $v = p'(t)$

Мощность – это производная работы по времени  $P = A'(t)$ .

Сила – есть производная работы по перемещению  $F = A'(x)$ .

Давление – производная силы по площади  $P = F'(S)$

Длина окружности – это производная площади круга по радиусу  $C = S'(r)$ .

Темп роста производительности труда – это производная производительности труда по времени.

### Успехи в учебе? Производная роста знаний.

В наши дни без дифференциального исчисления невозможно не только рассчитать работу железнодорожного транспорта, космические траектории, бег океанской волны и закономерности развития циклона, но и экономично управлять производством, распределением ресурсов, организацией технологических процессов, прогнозировать течение или изменение численности различных и взаимосвязанных в природе видов животных и растений, потому что все это – динамические процессы.

Формулы производной широко применимы в настоящее время, например, в экономическом анализе. Они помогают точно вывести данные об изменении экономики государства.

Используя их, можно совершенно точно просчитать, как можно увеличить доход государства

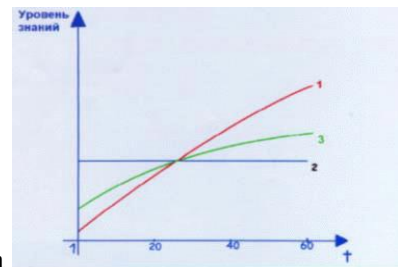
и за счёт чего он может быть увеличен. Формула позволяет увидеть планируемые действия, понять их необходимость, тем самым, помогая экономистам в составлении успешных бизнес-планов

#### 4. Подведение итогов урока. Рефлексия результативности, настроения

И, наконец, после “всяких умных вещей” немного юмора. На экране представлены графики зависимости уровня ваших знаний от времени, в интервале от начала урока до его завершения. Пожалуйста, выберите тот график, который, на ваш взгляд, наиболее близок вам, принимая во внимание их разный характер.

Имеют ли они отношение к теме нашего урока?

Можно ли по этим графикам судить о скорости приращения наших знаний в ходе урока? Если - да, то как? Какой же график выбран вами? Если вы выбрали график 1 – это означает, что мы



достигли цели и решили задачи, поставленные в начале урока

Подошла к концу наша пресс-конференция. Корреспонденты газет и журналов, получив ответы на вопросы, интересующие читателей, оформят их в виде заметок и опубликуют их на страницах изданий.

Я хочу вам пожелать, чтобы у вас была только положительная производная, чтобы знания ваши только возрастали.

Спасибо за урок.

Оценочный лист

Фамилия имя студента: -----

виды работ	1 составь пару	2 выступление	3 решение задач	4 криптограмма	Кол-во баллов	Оценка
оценка						